

Zadatak: 7. VUĆI ILI GURATI?

Da li je, u dućanu, lakše gurati ili vući kolica/košaru punu namirnica? Da li je lakše vući ili gurati tačke pune svježeg betona?

Da bismo odgovorili na to pitanje, promotrimo pojednostavljeni model prikazan na slici (tu bi sad došla slika): uzmimo da u prvom slučaju kolica s teretom *guramo* silom F pod kutem $\alpha = 30^\circ$, a u drugom slučaju tom istom silom, pod istim kutem, *vučemo* ista kolica. U kojem slučaju će akceleracija biti veća? Možete li naći kut α pri kojem će akceleracija kolica biti najveća?

Pretpostavite, nadalje, da se dva čovjeka gibaju paralelno istom akceleracijom, jedan gurajući, a drugi vukući identična kolica. Koliko puta veću silu primjenjuje osoba koja gura kolica, od one koja ih vuče, ako je koeficijent trenja $\mu = 0.13$?

Hint: 7. VUĆI ILI GURATI?

Pomoć: Napišite Newtonove jednačbe uzimajući u obzir da, pri guranju, dio sile kojom guramo povećava silu trenja, dok je u drugom slučaju smanjuje.

Rješenje: 7. VUĆI ILI GURATI?

Rješenje: Jednačba gibanja kolica koja guramo silom F pod kutem α glasi:

$$ma_G = F \cos \alpha - \mu mg - \mu F \sin \alpha$$

gdje je μ koeficijent trenja. Analogno, za kolica koja guramo:

$$ma_V = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$$

Očito će biti $a_V > a_G$, tj. akceleracija će biti veća u slučaju kada vučemo kolica. Razlog tome je što se pri guranju, dio sile kojom guramo ide u pritisak na podlogu, te se time povećava trenje. Kada kolica vučemo, djelom sile F dižemo kolica, pritisak se smanjuje pa je i trenje manje. Primjetimo da akceleracija a_V ovisi o kutu α pod kojim vučemo kolica. Naravno, što je kut veći, to će i pritisak na podlogu biti manji, te će i trenje biti manje. Međutim, s povećanjem α smanjuje se 'korisni dio' sile, tj. dio sile koji sudjeluje u ubrzavanju kolica. To znači da će postojati optimalni kut za koji će akceleracija a_V biti najveća.

Jedan način da nadjemo optimalni kut je diferencijalni račun. Međutim, možemo postupiti i na slijedeći način - uzmimo $\mu = \text{tg } \alpha_0$ i uvrstimo to u jednadžbu za a_V :

$$ma_V = F(\cos \alpha + \text{tg } \alpha_0 \sin \alpha) - \mu mg$$

To je dalje jednako:

$$\begin{aligned} ma_V &= F \frac{1}{\cos \alpha_0} (\cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0 \sin \alpha) - \mu mg = \\ &= F \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\cos \alpha_0} - \mu mg \end{aligned}$$

S obzirom da funkcija $\cos x$ ima maksimum za $x = 0$, očito će a_V biti najveća za $\alpha = \alpha_0$, tj. optimalni kut mora zadovoljavati $\text{tg } \alpha = \mu$. Primjetite da optimalni kut ovisi *samo* o koeficijentu trenja μ .

Omjer sila možemo naći iz jednadžbi gibanja za guranje i vučenje (vidi prve dvije jednadžbe):

$$ma_G = F_G \cos \alpha - \mu mg - \mu F_G \sin \alpha$$

$$ma_V = F_V \cos \alpha - \mu mg + \mu F_V \sin \alpha$$

Uvrštavanjem uvjeta $a_G = a_V$ te oduzimanjem dobivamo:

$$(F_G - F_V) \cos \alpha = \mu(F_G + F_V) \sin \alpha$$

tj.

$$\frac{F_G}{F_V} = \frac{1 + \mu \text{tg } \alpha}{1 - \mu \text{tg } \alpha} = 1.16$$