

Zadatak: 19. JUREĆA HITNA POMOĆ

Ako ste doživjeli da pokraj vas prodje hitna pomoć s uključenom sirenom, onda ste sigurno primjetili da se visina tona sirene promijeni. Točnije, dok ona ide prema vama, ton je viši, a kad se odmiče od vas visina tona se snizi. Opažena pojava, dakako, ne ovisi o činjenici da se radi o hitnoj pomoći, već o tome da se izvor zvuka giba u odnosu na opažača.

Najprije valja reći da je zvuk valna, periodična pojava. Mjera visine nekog tona je frekvencija: ton koji čujemo kao viši ima višu frekvenciju i obratno. U tom smislu iz gornje pojave možemo zaključiti da će opažač čuti višu frekvenciju ako se izvor zvuka giba *prema* njemu, tj. nižu frekvenciju ako se izvor giba *od* njega. Taj efekt ima svoje ime i zove se *Dopplerov efekt*.

Nije teško izvesti da vrijedi:

$$f = f_0 \frac{1}{1 \pm \frac{v_0}{c}}$$

gdje je f_0 frekvencija koju emitira izvor u mirovanju, v_0 brzina kojom se izvor giba, c brzina zvuka (u zraku) i f frekvencija koju detektira opažač. Predznak '+' je za slučaj kada se izvor giba *od* opažača, a '-' kada se giba *prema* opažaču.

Zamislimo sada realnu situaciju: u daljini čujete hitnu pomoć s uključenom sirenom kako dolazi prema vama. Nakon što prodje pokraj vas, visina tona se snizi za tzv. 'veliku sekundu' (muzički termin, koji definira relativnu promjenu frekvencije ΔF u odnosu na neku frekvenciju F_0 , u iznosu od: $\Delta F/F_0 = 2^{1/12} - 2^{-1/12}$). Nadjite brzinu v_0 kojom se giba hitna pomoć. (Brzina zvuka u zraku je približno $c = 340$ m/s.)

Hint: 19. JUREĆA HITNA POMOĆ

Pomoć: Raspišite ukupnu promjenu frekvencije.

Rješenje: 19. JUREĆA HITNA POMOĆ

Pretpostavimo da hitna pomoć u mirovanju emitira zvuk frekvencije f_0 . Kada se giba brzinom v_0 prema vama, vi čujete frekvenciju:

$$f_- = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v_0}{c}}$$

Kada se hitna pomoć giba od vas, čujete:

$$f_+ = f_0 \frac{1}{1 + \frac{v_0}{c}}$$

Uočite da se te frekvencije odnose kao $f_+ < f_0 < f_-$.

Ukupna promjena frekvencije Δf iznosi:

$$\Delta f = f_- - f_+ = f_0 \left\{ \frac{1}{1 - \frac{v_0}{c}} - \frac{1}{1 + \frac{v_0}{c}} \right\}$$

Sredjivanjem dobivamo relativnu promjenu $\Delta f/f_0$:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{2 \frac{v_0}{c}}{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}$$

To, naravno, treba biti jednako promjeni koju čujemo:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta F}{F_0} = \sqrt[12]{2} - \frac{1}{\sqrt[12]{2}}$$

Rješavanjem kvadratne jednadžbe:

$$v_0 = c \cdot \frac{F_0}{\Delta F} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta F}{F_0}\right)^2} - 1 \right\}$$

Uvrštavanjem numeričkih vrijednosti dobiva se $v_0 = 19.58 \text{ m/s} = 70.5 \text{ km/h}$.