

V. gimnazija,  
Klaićeva 1  
Zagreb

# **Kompleksno ponašanje sustava kondenzirajućih kapljica na hladnoj podlozi**

Veronika Sunko  
Mentor: Damjan Pelc

1. Uvod
2. Cilj
3. Materijali i metode
  - 3.1. Općenito o eksperimentu
    - 3.1.1. Shema aparature
  - 3.2. Regulacija temperature
    - 3.2.1. Peltierov element
      - 3.2.1.1. Svojstva
      - 3.2.1.2. Hlađenje
    - 3.2.2. Termometar
  - 3.3. Regulacija vlažnosti zraka
  - 3.4. Sustav za prikupljanje i obradu podataka
4. Rezultati i rasprava
  - 4.1. Rast jedne kapljice
    - 4.1.1. Teorijsko predviđanje
      - 4.1.1.1. Molekule koje ulaze
      - 4.1.1.2. Molekule koje izlaze
  - 4.2. Sustav puno kapljica
    - 4.2.1. Nelinearnost
    - 4.2.2. Samosličnost u vremenu
5. Zaključak
6. Literatura
7. Životopis
8. Zahvale

# 1. Uvod

Kondenzacija je proces koji često susrećemo u svakodnevnom životu - na čaši u kojoj je hladna voda, na staklima automobila,... Gledajući finu maglicu ili krupne kapi rose niti ne slutimo kolika se zamršenost krije iza procesa rasta takvog sustava kapljica. Iako je efekt kondenzacije kao takav već dugo vremena poznat i objašnjen, vrlo se interesantna fizika može opaziti promatrajući baš proces razvoja cijelog *sustava*, tokom kojeg kapljice međudjeluju stapajući se na vrlo složen način. Ta složenost interakcije uzrokuje neke začudne efekte koji se posljednjih godina intenzivno istražuju i na mnogim drugim sustavima, od ekosistema do buke u otpornicima. Zajedničko svojstvo je pri tome poglavito kompleksnost sustava, otvorenost okolini i udaljenost od termodinamičke ravnoteže. To vrlo dinamično novo interdisciplinarno polje istraživanja, koje je zapravo tek u svojim počecima, naziva se teorija kompleksnosti i usko je povezana s determinističkim kaosom i termodinamikom složenih neravnotežnih sustava. Smatram da je proučavanje kompleksnosti u eksperimentalno lako dostupnom, svakodnevnom sustavu kondenziranih kapljica također nov doprinos tome polju, s obzirom da po mojim saznanjima taj sustav još nije detaljnije istraživan (iako postoje neki slični radovi, npr. s pjenama i emulzijama). No da bi se mogao proučavati razvoj sustava, najprije se moramo pozabaviti fizikom same kondenzacije i jedne izolirane kapljice, te utjecajem različitih parametara na proces. I ta teorija, kao i neka osnovna svojstva kompleksnih kaotičnih sistema demonstrirani su u opsežnom eksperimentu.

## 2. Cilj rada

Iako je razvijen i jednostavan model kondenzacije vode na molekularnom nivou, na razini kinetičke teorije, naglasak je na istraživanju vremenskog razvoja sustava kapljica u svjetlu teorije kompleksnosti i s naglaskom na nelinearnost. Prije svega je cilj bio identifikacija glavnih obilježja kompleksnih sustava u vremenskom razvoju naših kapljica i eksperimentalni dokaz nekih od njih. Također su provedeni eksperimenti za provjeru kinetičko-molekularne teorije kondenzacije, no ti rezultati su već poznati i nisu

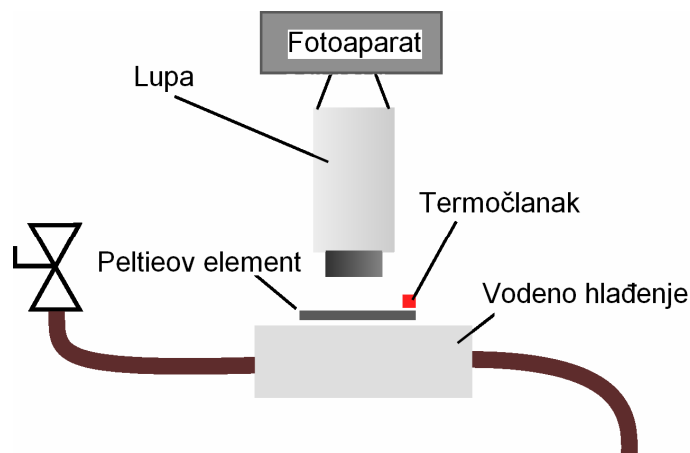
tako važni. Parametri koje smo pri tim mjerenjima mijenjali su bili vlažnost i temperatura zraka.

### 3. Materijali i metode

#### 3.1. Općenito o eksperimentu

Prva aparatura pomoću koje sam htjela promatrati ovaj proces se sastojala od metalne kvadratne posude u kojoj je bila smjesa vode i leda, temperatura koje je uvijek 0°C. U pravilnim vremenskim razmacima fotografirala sam posudu na kojoj se kondenzirala vodena para iz zraka. Ova metoda je imala nekoliko nedostataka. Prvo, temperaturu podloge sam mogla mijenjati samo mijenjanjem temperature vode. No voda se zagrijava, pa je teško održavati temperaturu podloge konstantnom. Ipak, najveća mana ove aparature je nepreciznost fotografija. Naime, kapljice su, barem na početku, vrlo sitne, te se ne mogu vidjeti na fotografijama nastalim na ovaj način. Zato sam odlučila fotografirati kondenzaciju kroz binokularnu lupu, pod povećanjem od 40 puta. U ovoj aparaturi kondenzacija se odvija na horizontalnoj površini čiju sam temperaturu mogla vrlo precizno mijenjati Peltierovim elementom, a mjeriti termočlankom.

##### 3.1.1. Shema aparature



## **3.2. Regulacija temperature**

Budući da sam htjela promatrati ovisnost brzine kondenzacije o temperaturi podloge, bilo je potrebno precizno ju regulirati i mjeriti.

### **3.2.1. Peltierov element**

#### **3.2.1.1. Svojstva**

Peltierov element je pločica dimenzija 40x40x3.6 mm. Princip rada se temelji na termoelektričnom efektu. Razlika temperatura između dvije strane pločice ovisi o struji koja prolazi kroz element. Najveća struja koja može proći kroz element je 5A. Ta struja odgovara razlici temperatura od 65 °C. Ako temperaturu jedne strane održavamo konstantnom, lako je vrlo precizno regulirati temperaturu druge mijenjanjem struje.

#### **3.2.1.2. Hlađenje**

Za jednu vrijednost struje, razlika temperatura među pločicama će biti konstantna, no apsolutna vrijednost temperatura će rasti zbog otpora. Zato je, ako želimo postizati niže temperature, nužno hladiti Peltierov element. Hlađenjem toplije strane, postićemo još niže temperature na drugoj strani. Peltierov element je bio položen na aluminijski hladnjak, koji je bio ugrađen u izoliranu kutiju. Kroz nju je tekla voda iz vodovoda protoka 10 L/min. Budući da smo imali protok vode, ona se nije grijala. Temperatura vode je bila oko 12 °C, pa sam na hladnijoj strani mogla postići temperaturu od 0 °C, najnižu temperaturu koja nas je zanimala. Ovo rješenje je zbog toga bilo vrlo praktično.

### **3.2.2. Termometar**

Bilo je važno točno mjeriti temperaturu. No mjeriti temperaturu pločice nije jednostavno. Alkoholni termometri koji su praktični i točni za mjerenje temperature

tekućine ili zraka nisu pogodni za ovakva mjerenja. Naime, vrlo strm gradijent temperature između pločice i okolnog zraka uvelike utječe na rad takvog termometra zbog veličine njegovog osjetljivog dijela. Zato smo odlučili koristiti termočlanak. Zbog malog osjetljivog dijela termočlanak je puno praktičniji za ovu namjenu. Ipak, željela sam temperaturu sa svih strana termočlanaka približiti temperaturi pločice. Zato sam za Peltierov element pričvrstila malu bakrenu pločicu u kojoj je bila probušena rupica. U nju je stao osjetljivi dio termočlanaka. Cijela bakrena pločica je ubrzo poprimila temperaturu elementa, što je omogućilo točnije mjerenje.

### **3.3. Regulacija vlažnosti zraka**

Teško je precizno mijenjati vlažnost zraka. Potrebno je dovoditi određene količine vodene pare, a pritom paziti na to da i temperatura zraka i vlažnost budu konstantne u vremenu. Puštala sam mlaz tople vode koja je isparavala kako bih povećala vlažnost, a smanjivala sam ju puštanjem vanjskog zraka vlažnosti oko 55% u prostoriju. Puštala sam vodu različitih temperatura i mijenjala veličinu otvorenog dijela prozora za zrak. Budući da je prostorije bila vrlo mala, na taj sam način mogla održavati vlažnost konstantnom za vrijeme eksperimenta. Vlažnost i temperaturu sam mjerila u blizini mjesta kondenzacije digitalnom higrometrom, odnosno digitalnim termometrom.

### **3.4. Sustav za prikupljanje i obradu podataka**

Htjela sam istražiti sam početak kondenzacije, a budući da su kapljice tada vrlo sitne, promatrala sam ih kroz binokularnu lupu s povećanjem od 40 puta. Na nju je bio montiran fotoaparatus. Svakih deset sekundi sam fotografirala pločicu na kojoj se voda kondenzirala. Zanimalo nas je kako se broj kapljica mijenja od fotografije do fotografije. Budući da je praktički nemoguće ručno brojati kapljice, koristila sam program Sigma Scan. Pomoću njega sam mogla označiti sve kapljice na fotografiji, te saznati broj označenih mjesta. Naravno, ni ova metoda nije savršena. Kod obje metode ponekad je

teško procijeniti je li nešto kapljica ili nije, no budući da je broj kapljica velik ovakve greške ne utječu bitno na rezultat.

## 4. Rezultati i rasprava

### 4.1. Rast jedne kapljice

Jasno je zašto dolazi do kondenzacije. No zašto nastaju kapljice, a ne smoči se cijela podloga jednoliko? Odgovor leži u tzv. centrima kondenzacije. Naime, na podlozi uvijek postoje sitna zrnca prašine, ili male deformacije površine. Budući da izbočina ima veću površinu nego ravna ploha, više molekula vode dođe do nje. Tako nastaju nakupine molekula, odnosno kapljice vode. Željela sam razumjeti o kojim parametrima ovisi rast kapljice. Ukupna promjena broja molekula u kapljici je jednaka razlici broja molekula koje ulaze i broja molekula koje izlaze. Posebno sam promatrala broj molekula koje ulaze i broj onih koje odlaze.

#### 4.2.1.1. Molekule koje ulaze

Broj molekula koje ulaze ( $N_{ul}$ ) je proporcionalan broju molekula koje idu u smjeru površine kapljice ( $N_{\downarrow}$ ):  $N_{ul} = \mu N_{\downarrow}$ , gdje je  $\mu$  koeficijent proporcionalnosti.

Za idealan plin vrijedi:

$$\frac{dN_{\downarrow}}{dt} = \frac{1}{6} \frac{N}{V} S \langle u \rangle$$

gdje je  $\frac{dN_{\downarrow}}{dt}$  broj molekula koje dođu do površine kapljice u jedinici vremena,  $S$  površina

kapljice,  $\langle u \rangle$  prosječna brzina molekula, a  $\frac{N}{V}$  broj molekula po jedinici volumena.

Ovdje aproksimiram vodenu paru idealnim plinom. To je dosta dobra aproksimacija u ovom slučaju budući da ima relativno malo molekula vode u jedinici volumena zraka.

Prema teoremu ekviparticije energije vrijedi:

$$\frac{1}{2} m \langle u \rangle^2 = \frac{s}{2} k T_z$$

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{s k T_z}{m}}$$

gdje je  $T_z$  temperatura zraka,  $s$  broj stupnjeva slobode molekule vode,  $k$  Boltzmanova konstanta, a  $m$  masa molekule vode.

Da bismo izračunali  $\frac{dN_{ul}}{dt}$  moramo znati i broj molekula u jedinici volumena. Taj broj, naravno, ovisi o vlažnosti zraka. No što je zapravo vlažnost zraka? Kada vrijednost tlaka para u zraku prijeđe neku određenu vrijednost, voda se počinje kondenzirati. Ako je manja od te vrijednosti, voda isparava. No postoji jedna vrijednost tlaka para, koju nazivamo ravnotežnim tlakom, za koju točno isti broj molekula isparava i kondenzira. Ravnotežni tlak ovisi o i temperaturi vode i zraka. On nije veličina koja se može izračunati, no postoje poznate izmjerene vrijednosti. Relativna vlažnost zraka se definira kao omjer trenutnog tlaka para u zraku i ravnotežnog za tu temperaturu:

$$\chi = \frac{P_{par}}{P_{r(T_z)}}$$

gdje je  $\chi$  relativna vlažnost zraka,  $P_{par}$  tlak para, a  $P_{r(T_z)}$  ravnotežni tlak para pri temperaturi zraka.

Primijenimo opću plinski jednadžbu na vodenu paru u zraku:

$$P_{par} V = N k T_z$$

$$\frac{N}{V} = \frac{\chi P_{r(T_z)}}{k T_z}$$

Iz ovoga slijedi:

$$\frac{dN_{ul}}{dt} = \mu \frac{1}{6} \frac{\chi P_{r(T_z)}}{\sqrt{T_z}} \sqrt{\frac{s N_A}{k M}} S$$



gdje je  $\frac{N_{ul}}{dt}$  broj molekula koje uđu u kapljicu u jedinici vremena,  $\mu$  omjer broja molekula koje ulaze i onih koje idu u smjeru kapljice,  $N_A$  Avogardov broj, a  $M$  molarna masa.

#### 4.2.1.1. Molekule koje izlaze

Broj molekule koje isparavaju ovisi o temperaturi vode, ali ne ovisi o temperaturi i tlaku zraka. Znači, ako kondenzirane kapljice stavimo u prostoriju u kojoj je temperatura zraka jednaka temperaturi vode, a tlak jednak ravnotežnom tlaku za tu temperaturu, izlazit će jednak broj molekula kao i u našim uvjetima. Znamo da u ravnotežnoj situaciji jednak broj molekula izlazi i ulazi. Znači, kako bismo pronašli broj molekula koje isparavaju, dovoljno je pronaći broj molekula koje ulaze u kapljicu iste temperature u ravnotežnoj situaciji. Za to će nam poslužiti jednadžba izvedena u odjeljku 4.2.1.1., no moramo uvrstiti drugačije vrijednosti varijabli. Umjesto temperature zraka, uvrstit ćemo temperature vode, koja je u našem slučaju jednaka temperaturi Peltieovog elementa. Također, uvrstit ćemo ravnotežni tlak za tu temperaturu. Budući da je u ravnotežnoj situaciji tlak jednak ravnotežnom,  $\chi$  je jednak jedan. Dobivamo:

$$\frac{dN_{iz}}{dt} = \mu \frac{1}{6} \frac{P_{r(T_p)}}{\sqrt{T_p}} \sqrt{\frac{sN_A}{kM}} S$$

gdje je  $T_v$  temperatura vode, a  $P_{r(T_v)}$  ravnotežni tlak pri temperaturi vode.

Oduzimanjem ova dva izraza:

$$\frac{dN}{dt} = \mu \frac{1}{6} \sqrt{\frac{sN_A}{kM}} \left( \chi \frac{P_{r(T_z)}}{\sqrt{T_z}} - \frac{P_{r(T_v)}}{\sqrt{T_v}} \right) S$$

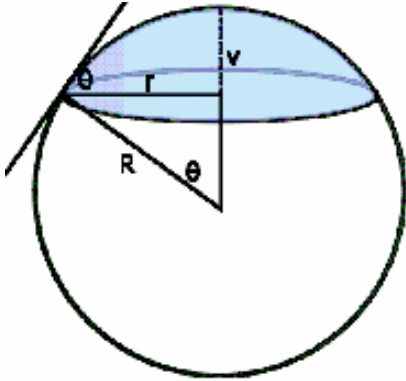
Sada smo dobili izraz za promjenu broja molekula u vremenu. Lako možemo dobiti i izraz za promjenu volumena:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} = \frac{M}{\rho N_A} \frac{dN}{dt}$$

gdje je  $\rho$  gustoća vode. No zapravo me zanima promjena radijusa kapljice. Da bih to saznali moram znati nešto geometriji kapljica. Koristit ću pretpostavku da je kapljica dio

kugle. Dok su kapljice sitne ta je pretpostavka vrlo točna jer površinska napetost nadvladava gravitaciju.

Polumjer kugle ( $R$ ) i visinu kapljice ( $v$ ) možemo izraziti pomoću polumjera kapljice ( $r$ ) i kontaktnog kuta  $\theta$ .



$$R = \frac{r}{\sin \theta}$$

$$v = \frac{r}{\sin \theta} (1 + \cos \theta)$$

Izrazi za površinu ( $S$ ), odnosno volumen ( $V$ ) kapljice su:

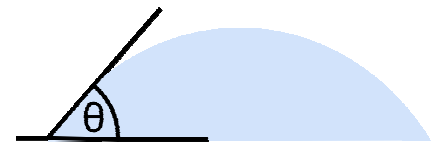
$$S = 2\pi Rv$$

$$V = \frac{\pi}{3} v^2 (3R - v)$$

Također, koristim činjenicu da je  $\theta$ , kut koji kapljica zatvara s podlogom, konstantan. Ovisi samo o podlozi i tekućini.

Iz toga slijedi:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{3\rho} \frac{\sin \theta}{(1 + \cos \theta)(2 - \cos \theta)} \sqrt{\frac{sM}{R}} \left( \chi \frac{P_{r(Tz)}}{\sqrt{T_z}} - \frac{P_{r(Tp)}}{\sqrt{T_p}} \right)$$



Izraz s desne strane jednadžbe je konstantan u vremenu. To znači da je polumjer kapljice linearan vremenu!

Ovdje govorimo o polumjeru jedne kapljice. Naravno, postoje razlike između radijusa različitih kapljica, no one su relativno male. Zato ima smisla uvesti veličinu  $\langle r \rangle$ , prosječan radijus kapljice koji se ponaša isto kao radijus pojedinih kapljica. Koristeći pretpostavku da je cijela površina uvijek pokrivena kapljicama dobivamo:

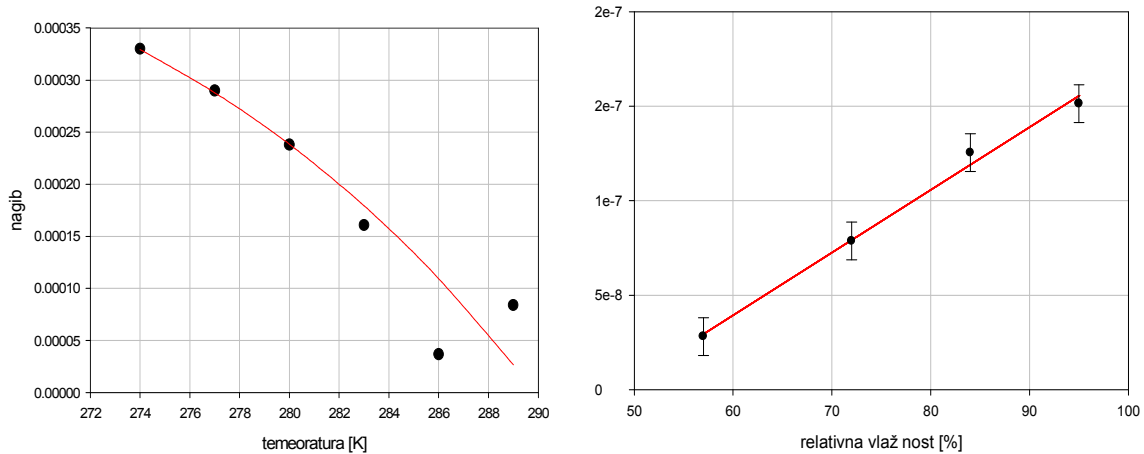
$$Z \langle r \rangle^2 \pi = A$$

$$\langle r \rangle = \sqrt{\frac{A}{Z\pi}}$$

gdje je  $A$  površina pločice a  $Z$  broj kapljica na njoj. Iz toga, kao i činjenice da je polumjer proporcionalan vremenu, slijedi  $Z \sim \frac{1}{t^2}$ .

Ovaj odnos između broja i radijusa kapljica koristili smo za određivanje nagiba pravca ovisnosti radijusa o vremenu. Mjerali smo ovisnost tog nagiba o vlažnosti i temperaturi.

Pitanje opravdanosti stavljanja  $r \approx \langle r \rangle$  nije jednostavno i potrebno je tu relaciju barem korigirati uvođenjem 'geometrijskog faktora' koji uključuje sve procese povezivanja koji se događaju u sustavu mnogo kapljica i o kojima će biti riječi niže. Naravno, pretpostavka o neovisnosti tog faktora o vremenu je dosta gruba aproksimacija, ali čini se da ju eksperiment potvrđuje. Rezultati eksperimenta se vide na grafovima.



## 4.2. Sustav puno kapljica

Sada razumijemo princip rasta jedne kapljice. No njen razvoj ovisi i o drugim kapljicama. Naime, kako kapljice rastu, one se počnu dodirivati i spajati, stvarajući tako veće kapljica. Zbog toga je nužno promatrati sustav kapljica. Taj sustav je primjer kompleksnog sustava. Kompleksnim sustavom nazivamo sustav koji se sastoji od mnogo dijelova koji utječu jedni na druge. S različitim vrstama kompleksnih sustava se svakodnevno susrećemo: obitelj, ljudsko tijelo, mozak, kompjuterski programi, ekosustavi, plinovi, mravinjaci, ... Za razliku od njih, primjer jednostavnog sustava je planet koji kruži oko sunca, tijelo u slobodnom padu, kotač koji se okreće. Elementi kojima je kompleksni sustav određen su dijelovi od kojih se sastoji (u našem slučaju kapljice), način na koji ti dijelovi utječu jedni na druge (spajanje kapljica), nastajanje, odnosno razvoj sustava (kondenzacija), okolina u kojoj se nalazi (temperatura, vlaga). Kompleksi sustavi su najčešće nelinearni, otvoreni (postoji izmjena energije s okolinom), promjena nekog svojstva sustava utječe na samo to svojstvo (tzv. feedback efekt –

primjer toga je činjenica da se veće obitelji se više povećavaju), sastoje se od puno, ali konačno mnogo elemenata, često pokazuju samosličnost u vremenu ili prostoru. Iako naš sustav kapljica pokazuje mnoga od ovih svojstava, koncentrirat ću se na nelinearnost i samosličnost.

### 4.2.1. Nelinearnost

U matematici linearnim sustavima nazivamo one čije je rješenje zbroj rješenja dijelova sustava. Općenito, linearan sustav je svaki sustav za koji vrijedi da ga možemo podijeliti na manje komadiće, njih pustiti da se samostalno razvijaju, te će konačni rezultat biti jednak kao da su komadići ostali dio cjeline. Drugim riječima, to je sustav u kojem se svaki element razvija neovisno o drugim elementima tog sustava. Matematički gledano, linearna funkcija je ona funkcija za koju vrijedi

$$f(\gamma a + \xi b) = \gamma f(a) + \xi f(b)$$

gdje su  $a$  i  $b$  proizvoljne vrijednosti nezavisne varijable (naravno, iz domene funkcije) a  $\gamma$  i  $\xi$  realni brojevi. Vidimo da je glavno svojstvo upravo aditivnost, kao što smo već napomenuli. Naš sustav kondenziranih kapljica međutim nije linearan. Ako podijelimo ploču na manje dijelove kapljice s različitih dijelova pločice se neće moći spajati, zbog čega će konačni rezultat biti različit. Posljedica nelinearnosti je nepredvidljivost. Mala promjena u početnim uvjetima može rezultirati velikom promjenom konačnog rezultata. Naime, budući da razvoj svake kapljice ovisi o razvoju susjednih kapljica, ako pomaknemo samo jedan centar kondenzacije, promijenit ćemo razvoj kapljica u njegovoj blizini, što će pak promijeniti razvoj kapljica u njihovoj blizini. Na taj način se vrlo malom promjenom može izazvati potpuno drugačiji izgled ploče na kraju. No isto tako je u nelinearnim sustavima moguće započeti s potpuno drugačijim početnim uvjetima i dobiti sličan konačan rezultat. Te činjenice praktički onemogućuju bilo kakvu numeričku simulaciju koja će s razumnom pogreškom opisivati razvoj sustava u vremenu. Vrlo je važno reći da se mogućnost predviđanja postepeno smanjuje s povećanjem broja koraka u simulaciji, odnosno s protjecanjem vremena. Vrlo malo početno neslaganje mjerenih i stvarnih početnih uvjeta zbog nelinearnosti dinamike sustava s vremenom raste tako da se nakon nekog vremena gubi svaka mogućnost numeričkog predviđanja. Brzina tog

odstupanja ovisi o samom sustavu i o preciznosti poznavanja početnih uvjeta. Kad bismo početne uvjete poznavali s beskonačnom preciznošću, mogli bismo točno predvidjeti ponašanje sustava. Kako je to naravno nemoguće, javlja se nepredvidivost poznata kao deterministički kaos. Međutim, postoje neke druge karakteristične veličine i svojstva koje kaotični sustavi pokazuju i koje ipak možemo predvidjeti. Naravno, kaotični sustavi mogu biti i jednostavni (npr. gravitacijski problem tri tijela), ali neka vrlo posebna svojstva pokazuju upravo kaotični kompleksni sustavi. Kako je naš sustav čest i dostupan primjer, mogli smo na njemu opaziti više takvih svojstava. Kao što je već spomenuto, možda najvažnije od tih svojstava je samosličnost.

## 4.2.2. Samosličnost

Ako je neki proces, struktura ili funkcija samoslična, to znači da određeni dijelovi te funkcije (ili strukture ili procesa) izgledaju isto (ili vrlo slično) kao i cijela funkcija. Samoslične funkcije zadovoljavaju ovu jednadžbu:

$$f(\lambda x) = \lambda^\alpha f(x)$$

gdje su  $\lambda$  i  $\alpha$  realne konstante. To zapravo znači da ćemo, ako povećamo x - os  $\lambda$  puta, a y - os  $\lambda^\alpha$  puta, dobiti funkciju istog izgleda. Može se pokazati da su potencije oblika

$$f(x) = \xi x^\alpha$$

jedine funkcije koje zadovoljavaju gornji uvjet. Možemo primijetiti da samoslične strukture zapravo nemaju karakterističnu dimenziju; one prolaze kroz sve redove veličine. Kompleksni sustavi poput našeg vrlo često pokazuju neki oblik samosličnosti, što je prilično nevjerojatno s obzirom na mnoštvo utjecaja na njihovu dinamiku. Ta je pojava vrlo široko rasprostranjena, a sam proces nastanka 'reda iz kaosa' nije još do kraja razjašnjen. Veliku ulogu ovdje opet ima nelinearnost interakcija unutar sustava, koja omogućava svojevrsnu 'komunikaciju' među udaljenim dijelovima sustava i neku vrstu reda na daljinu.

U našem sustavu kapljica prvenstveno se može opaziti samosličnost u vremenu. Varijabla na kojoj je to najlakše demonstrirati zbog jednostavnosti mjerenja je broj kapljica na određenoj površini. Sam princip je vrlo jednostavan – slikamo ploču s kapljicama u

trenutku  $t$ , na ploči označimo neku površinu  $S$  i na njoj prebrojimo kapljice. Zatim čekamo do trenutka  $t + \Delta t$  i našu površinu (i kapljice na njoj) 'rastegnemo' tako da srednji radijusi kapljica iz vremena  $t$  i kapljica iz vremena  $t + \Delta t$  budu jednaki, dobivši tako površinu  $S'$ . Ako sada na ploči označimo površinu  $S'$ , nećemo moći razlikovati površine iz vremena  $t$  i  $t + \Delta t$ , odnosno broj kapljica na njima će biti isti. To vrijedi za praktički proizvoljna vremena  $t$  i  $t + \Delta t$  i zorno pokazuje kako naš sustav u vremenu nema karakterističnu linearnu dimenziju. Također možemo odmah zaključiti da na fiksnoj površini broj kapljica mora ići kao

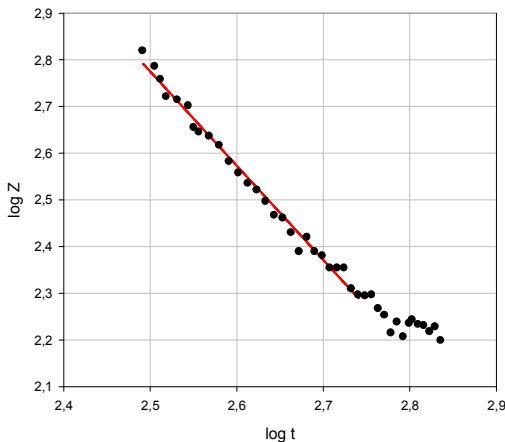
$$N \sim t^\beta$$

jer je potencija jedina samoslična funkcija. Eksperiment to potpuno potvrđuje; vidimo da je log-log graf ovisnosti broja kapljica na stalnoj površini o vremenu pravac, što znači da je ovisnost broja o vremenu zaista potencija. Također vidimo da se taj trend proteže kroz

najmanje dva reda veličine. Iz grafa možemo i direktno pročitati eksponent:

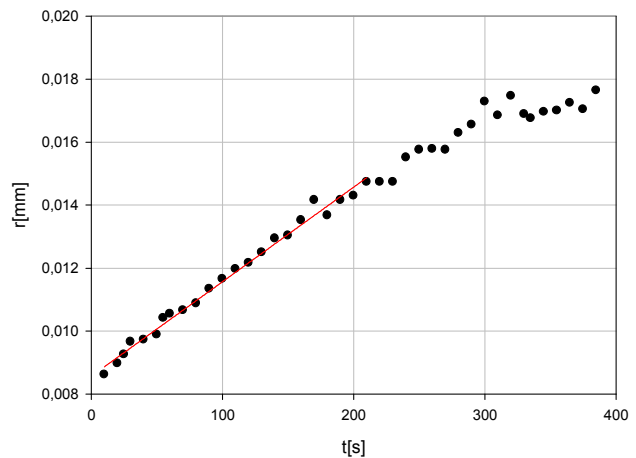
$$\beta = -1.97 \approx -2$$

To je u slaganju s eksponentom dobivenim u ranijoj aproksimativnoj teoriji. Daljnju potvrdu tog rezultata daje i ovisnost srednjeg radijusa o vremenu (računata po formuli  $Z \langle r \rangle^2 \pi = A$ ) koja je pravac, kao što model i predviđa. Naravno, pri kraju grafa slaganje više nije potpuno zbog



dodatnih efekata koji utječu na rast broja kapljica. To su prije svega spljoščivanje kapljica zbog gravitacije te pojava novih sekundarnih kapljica u prazninama između postojećih. Ti efekti dodatno povećavaju kompleksnost sustava, ali smatramo da ne utječu bitno na svojstvo samosličnosti, osim što se modificira eksponent u zakonu rasta radijusa.

Naravno, ne treba zaboraviti ni na pitanje



opravdanosti aproksimacije da je pojedinačni radijus kapljice približno jednak prosječnom; korekcionni faktor koji se javlja u toj relaciji mogao bi slabo ovisiti o vremenu i modificirati time oblik funkcije. To međutim u eksperimentu nije jače izraženo.

## 5. Zaključak

Možemo reći da je cilj rada u velikom postotku postignut; od eksperimentalno dobro potvrđene kinetičke teorije kondenzacije do najvažnijeg aspekta, kompleksnog ponašanja i samosličnosti sustava kapljica u vremenu. Pokazala sam da je sustav kapljica koje kondenziraju na hladnoj podlozi, unatoč zanemarenosti u literaturi, vrlo zanimljiv i da zaista pokazuje tipična obilježja nelinearnog složenog sustava. Mogu mu se pronaći analogije u mnogim granama fizike, pa i šire. Naravno, u svakom radu ima mjesta za poboljšanja; prije svega bi bilo zanimljivo napraviti pravu numeričku simulaciju dinamike rasta sustava. Takva simulacija bi pružila dodatnu provjeru kompleksnosti i njenih obilježja, a mogla bi dati i neke nove uvide u proces rasta. Pokušala sam napraviti takvu pojednostavljenu simulaciju, no bez mnogo uspjeha. Algoritam je iznimno složen i zahtijeva veliku brzinu računala. Nadam se da ću u budućnosti imati prilike još se baviti tim ili sličnim sustavima.

## 6. Literatura

R. A. Dunlap, *Experimental Physics*, Oxford University Press, 1988.

*CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 45th Edition

T. L. Hill, *Statistical Mechanics*, Dover, 1987.

P. Bak, C. Chang, K. Wiesenfeld, Self – Organized Criticality, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, nr. 4., 1987.

Weaire, R., Hutzler, S.: *The Physics of Foams*, Oxford University Press 1999.

Y. Bar-Yam, *Dynamics of Complex Systems*, HarperCollins 1999.

## **7. Životopis**

Zovem se Veronika Sunko. Rođena sam 29. 9. 1990. godine u Zagrebu. Prva četiri razreda osnovne škole sam završila u OŠ Pavleka Miškine, nakon čega sam se preselila u OŠ Josipa Jurja Strossmayera. Sedmi sam razred provela u Kopenhagenu, u Rygaards Skole. Nakon povratka, u osmom razredu, sam na Držvnom natjecanju iz fizike osvojila treću nagradu, kao i na Državnom natjecanju iz klasičnih jezika. Također, sudjelovala sam na smotri Lidrano. Od 2005. godine pohađam V gimnaziju. I u prvom i u drugom razredu sam sudjelovala na Državnom natjecanju iz fizike. Također, sudjelovala sam i na Međunarodnom turniru mladih fizičara u Seoulu 2007. godine.

## **8. Zahvale**

Zahvaljujem svom mentoru Damjanu Pelcu, profesoru Dariju Mičiću, te svim sudionicima IYPT radne skupine, bez kojih ovaj rad ne bi bio ovakav kakav jest.